

Problema 5: Un aeromobile parte da Avalon ($\varphi = 38^\circ 02' 22''$ S; $\lambda = 144^\circ 28' 10''$ E) e si dirige per ortodromia verso l'aeroporto di Ilo ($\varphi = 14^\circ 53' 59''$ S; $\lambda = 071^\circ 57' 23''$ W). Ma, a 750 NM prima del vertice, il pilota decide di seguire il parallelo fino ad intercettare di nuovo l'ortodromia e navigare per lossodromia fino a destinazione. Calcolare la distanza totale percorsa dall'aereo e specificare di quanto si è incrementata rispetto a quella ortodromica.

Inoltre calcolare le coordinate del secondo e quinto waypoint, nell'ipotesi in cui si decida di suddividere il percorso ortodromico con 6 waypoints equidistanti tra loro.

[$m_{\text{tot}} = 7103,6$ NM; $\Delta m = 83,6$ NM; $\varphi_2 = 57^\circ 48' 04''$ S; $\lambda_2 = 173^\circ 47' 09''$ W; $\varphi_5 = 41^\circ 53' 10''$ S; $\lambda_5 = 120^\circ 43' 40''$ E]

Svolgimento

1- Ortodromia tra A e B

Visto che si conoscono le coordinate del punto di partenza e di arrivo, si può subito ricavare la distanza ortodromica tra loro con il teorema di Eulero:

$$\Delta\lambda_{AB} = \lambda_B - \lambda_A = -71^\circ 57' 23'' - (+144^\circ 28' 10'') = 216^\circ 25' 33'' W$$

$$\Delta\lambda_{\text{eff}} = 360^\circ - 216^\circ 25' 33'' = 143^\circ 34' 27'' E$$

$$\cos m_{AB} = \cos(90^\circ - \varphi_A) \cdot \cos(90^\circ - \varphi_B) + \sin(90^\circ - \varphi_A) \cdot \sin(90^\circ - \varphi_B) \cdot \cos \Delta\lambda_{AB}$$

$$m_{AB} = \arccos(\sin(\varphi_A) \cdot \sin(\varphi_B) + \cos(\varphi_A) \cdot \cos(\varphi_B) \cdot \cos \Delta\lambda_{AB}) = 117^\circ \cdot 60 = 7020 \text{ NM}$$

$$\cot(90^\circ - \varphi_B) \cdot \sin(90^\circ - \varphi_A) = \cos(90^\circ - \varphi_A) \cdot \cos \Delta\lambda_{AB} + \sin \Delta\lambda_{AB} \cdot \cot R_i$$

$$\sin \Delta\lambda_{AB} \cdot \frac{1}{\tan R_i} = \cot(90^\circ - \varphi_B) \cdot \sin(90^\circ - \varphi_A) - \cos(90^\circ - \varphi_A) \cdot \cos \Delta\lambda_{AB}$$

$$\sin \Delta\lambda_{AB} \cdot \frac{1}{\tan R_i} = \tan(\varphi_B) \cdot \cos(\varphi_A) - \sin(\varphi_A) \cdot \cos \Delta\lambda_{AB}$$

$$\tan R_i = \frac{\sin \Delta\lambda_{AB}}{\tan(\varphi_B) \cdot \cos(\varphi_A) - \sin(\varphi_A) \cdot \cos \Delta\lambda_{AB}} \Rightarrow R_i = S 40^\circ, 09 E = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

A questo punto si calcola la m_{trat} di ogni singola tratta:

$$m_{\text{trat}} = \frac{m_{AB}}{n^\circ \text{Tratte}} = \frac{m_{AB}}{n^\circ \text{waypoints} + 1} = \frac{7020}{7} = 1003 \text{ NM} \equiv 16^\circ, 71$$

2- Calcolo delle coordinate del vertice

Dato che il vertice rappresenta quel punto in cui si forma un angolo di 90° tra la rotta ortodromica e il meridiano passante per il punto, oltre ad essere il punto di massima latitudine e di simmetria dell'ortodromia, si può usare il teorema di Nepero per il calcolo delle coordinate.

$$\cos(\alpha) = \cot(90^\circ - \varphi_A) \cdot \cot(90^\circ - m_{AV}) = \tan(\varphi_A) \cdot \tan(m_{AV}) \Rightarrow m_{AV} = \arctg\left(\frac{\cos(\alpha)}{\tan(\varphi_A)}\right) = 44^\circ, 36 \cdot 60 = 2661, 4 \text{ NM}$$

$$\cos(\Delta\lambda_{AV}) = \sin(90^\circ - m_{AV}) \cdot \sin(\alpha) = \cos(m_{AV}) \cdot \sin(\alpha) \Rightarrow \Delta\lambda_{AV} = 62^\circ 35' 7'' E$$

$$\lambda_v = \lambda_A + \Delta\lambda_{AV} = 144^\circ 28' 10'' + 62^\circ 35' 7'' E = 207^\circ 03' 17'' = 360^\circ - 207^\circ 03' 17'' = 152^\circ 56' 43'' W$$

$$\cos(\varphi_v) = \sin(90^\circ - \varphi_A) \cdot \sin(\alpha) = \cos(\varphi_A) \cdot \sin(\alpha) \Rightarrow \varphi_v = 59^\circ, 52 = 59^\circ 31' 22'' S$$

3- Ortodromia tra C e V

Poiché è nota la distanza tra il punto e il vertice e poiché abbiamo già calcolato le coordinate del vertice, è possibile ricavare le coordinate del punto C con il teorema di Nepero:

$$m_{AC} = m_{AV} - m_{CV} = 2661,4 - 750 = 1911,4 \text{ NM}$$

$$\cos(90^\circ - \varphi_C) = \sin(\varphi_V) \cdot \sin(90^\circ - m_{CV})$$

$$\varphi_C = \arcsin(\sin(\varphi_V) \cdot \cos(m_{CV})) = 57^\circ 17' 19'' S$$

$$\cos(\Delta\lambda_{CV}) = \cot g(\varphi_V) \cdot \cot g(90^\circ - \varphi_C) \rightarrow \Delta\lambda_{CV} = \arccos\left(\frac{\operatorname{tg}(\varphi_C)}{\operatorname{tg}(\varphi_V)}\right) = 23^\circ 36' 34'' E$$

$$\lambda_C = \lambda_V - \Delta\lambda_{CV} = -152^\circ 56' 43'' - 23^\circ 36' 34'' = 176^\circ 33' 17'' W$$

4- Lossodromia tra C e D

$$\varphi_C = \varphi_D = 57^\circ 17' 19'' S$$

$$\Delta\lambda_{CV} = \Delta\lambda_{VD} = 23^\circ 36' 34'' E \rightarrow \lambda_D = \Delta\lambda_{VD} + \lambda_V = 129^\circ 20' 09'' W$$

$$\Delta\lambda_{CD} = \lambda_D - \lambda_C = 47^\circ 13' 08'' E = 2833',13 \equiv 2833,13 \text{ NM}$$

$$m_{CD} = \mu = \Delta\lambda_{CD} \cdot \cos(\varphi_C) = 1531 \text{ NM}$$

5- Lossodromia tra D e B

$$\Delta\lambda_{DB} = \lambda_B - \lambda_D = -71^\circ 57' 23'' - (-129^\circ 20' 09'') = 57^\circ 22' 46'' E \cdot 60' \equiv 3442,8 \text{ NM}$$

$$\Delta\varphi_{DB} = \varphi_B - \varphi_D = -14^\circ 53' 59'' - (-57^\circ 17' 19'') = 42^\circ 23' 20'' N \cdot 60' \equiv 2543,3 \text{ NM}$$

$$\varphi_{C_D} = 7915,7 \log \left[\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_D}{2} \right) \right] = 4214',5$$

$$\varphi_{C_B} = 7915,7 \log \left[\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi_B}{2} \right) \right] = 904',2$$

$$\Delta\varphi_{C_{DB}} = |\varphi_{C_D} - \varphi_{C_B}| = 3310',3$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta\varphi_{C_{DB}}}{\Delta\lambda_{DB}} \rightarrow \alpha = \operatorname{arctg} \frac{3310',3}{3442',8} = 43^\circ,9 \cong 44^\circ \rightarrow TC = 90^\circ - \alpha = 46^\circ$$

$$m_{DB} = \frac{\Delta\varphi_{DB}}{\sin \alpha} = 3661,2 \text{ NM}$$

$$m_{TOT} = m_{AC} + m_{CD} + m_{DB} = 1911,4 + 1531 + 3661,2 = 7103,6 \text{ NM}$$

$$\Delta m = m_{TOT} - m_{AB} = 7103,6 - 7020 = 83,6 \text{ NM}$$

6- Calcolo delle coordinate dei waypoints 2 e 5

- Ortodromia A-W2

$$m_{AW_2} = m_{trat} \cdot 2 = 1003 \cdot 2 = 2006 \text{ NM} \equiv 33^\circ,43$$

$$\cos(90^\circ - \varphi_{W_2}) = \cos(90^\circ - \varphi_A) \cdot \cos(m_{AW_2}) + \sin(90^\circ - \varphi_A) \cdot \sin(m_{AW_2}) \cdot \cos(\alpha)$$

$$\varphi_{W_2} = \arcsin(\sin(\varphi_A) \cdot \cos(m_{AW_2}) + \cos(\varphi_A) \cdot \sin(m_{AW_2}) \cdot \cos(\alpha)) = 57^\circ 48' 4'' S$$

$$\cot g(m_{AW_2}) \cdot \sin(90^\circ - \varphi_A) = \cos(90^\circ - \varphi_A) \cdot \cos(\alpha) + \sin(\alpha) \cdot \cot g(\Delta\lambda_{AW_2})$$

$$\Delta\lambda_{AW_2} = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin(\alpha)}{\frac{\cos(\varphi_A)}{\operatorname{tg}(m_{AW_2})} - \sin(\varphi_A) \cdot \cos(\alpha)} \right) = 41^\circ 44' 41'' E$$

$$\lambda_{W_2} = \Delta\lambda_{AW_2} + \lambda_A = 41^\circ 44' 41'' + 144^\circ 28' 10'' = 186^\circ 12' 51'' = 360^\circ - 186^\circ 12' 51'' = 173^\circ 47' 9'' W$$

- Ortodromia A-W5

$$m_{AW_5} = m_{trat} \cdot 5 = 1003 \cdot 5 = 5015 NM \equiv 83^\circ, 58$$

$$\cos(90^\circ - \varphi_{W_5}) = \cos(90^\circ - \varphi_A) \cdot \cos(m_{AW_5}) + \sin(90^\circ - \varphi_A) \cdot \sin(m_{AW_5}) \cdot \cos(\alpha)$$

$$\varphi_{W_5} = \arcsen(\sin(\varphi_A) \cdot \cos(m_{AW_5}) + \cos(\varphi_A) \cdot \sin(m_{AW_5}) \cdot \cos(\alpha)) = 41^\circ 53' 10'' S$$

$$\cot g(m_{AW_5}) \cdot \sin(90^\circ - \varphi_A) = \cos(90^\circ - \varphi_A) \cdot \cos(\alpha) + \sin(\alpha) \cdot \cot g(\Delta\lambda_{AW_5})$$

$$\Delta\lambda_{AW_5} = \arctg \left(\frac{\sin(\alpha)}{\frac{\cos(\varphi_A)}{\tan g(m_{AW_5})} - \sin(\varphi_A) \cdot \cos(\alpha)} \right) = -59^\circ, 27 = 180^\circ - 59^\circ, 27 = 120^\circ 43' 40'' E$$

$$\lambda_{W_5} = \Delta\lambda_{AW_5} + \lambda_A = 120^\circ 43' 40'' + 144^\circ 28' 10'' = 265^\circ 11' 50'' = 360^\circ - 265^\circ 11' 50'' = 94^\circ 48' 10'' W$$